



ESTUDO DA CINEMÁTICA APLICADA A MOTORES

José Eduardo Mautone Barros

José Guilherme Coelho Baêta

Sumário



Cap. 1 – Transformação do modo alternado em modo rotativo

1.1. Arranjo físico

1.2. Descrição e funções dos componentes

1.3. Equações do movimento

1.4. Modelagem computacional do movimento

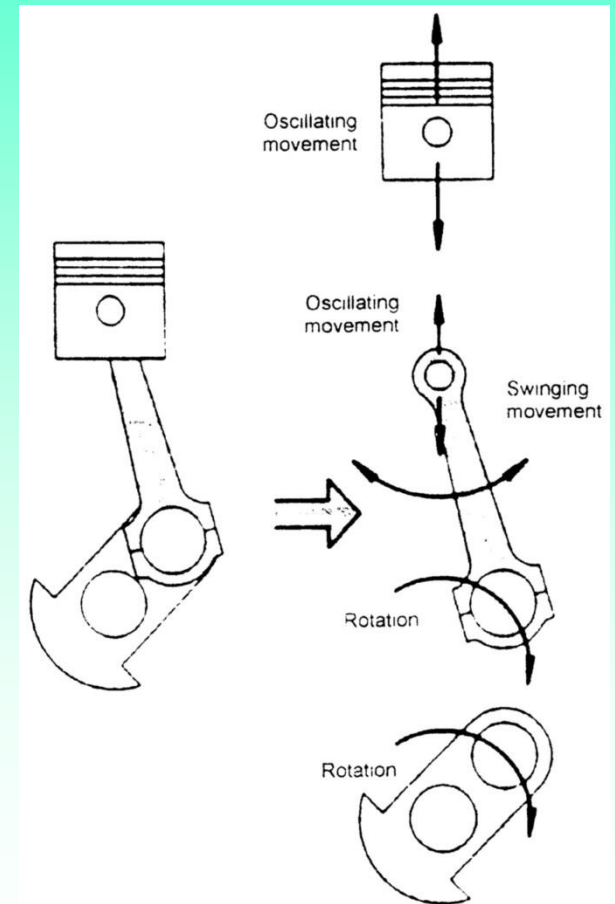
1.5. Cálculo do torque instantâneo e cargas aplicadas

Exemplos e exercícios

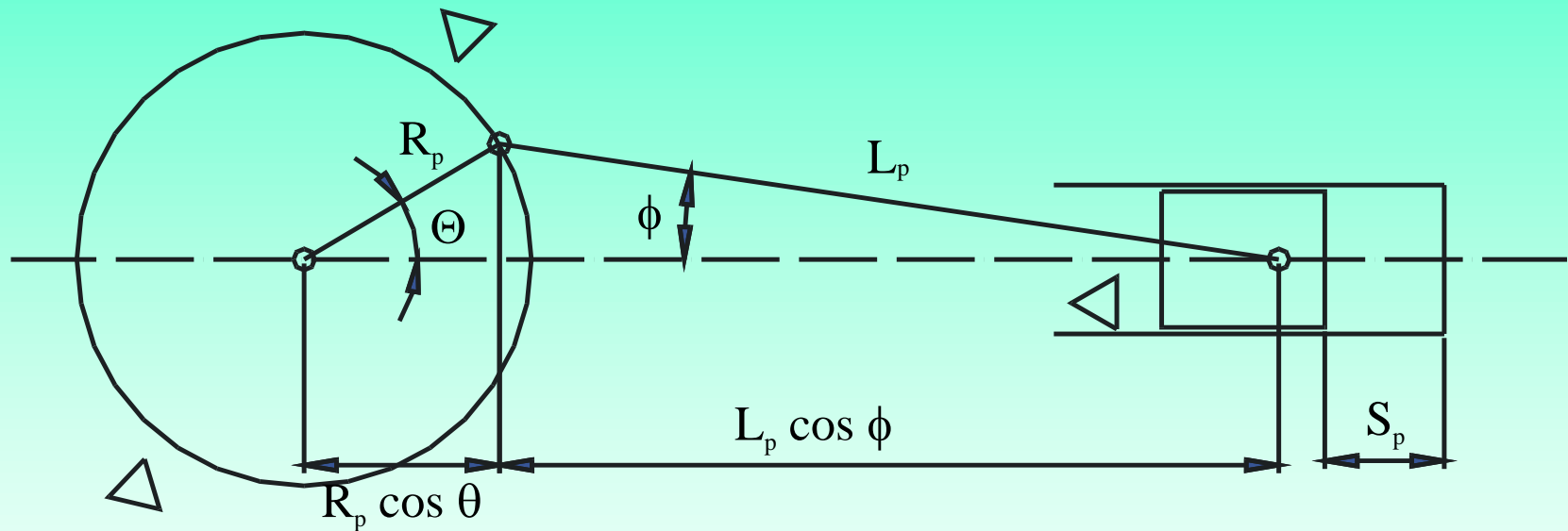
Equações do movimento

□ Hipóteses básicas

- Todos os componentes são tratados como corpos rígidos;
- Não são consideradas folgas, somente os valores nominais ou médios;
- As análise de movimento são feitas considerando uma velocidade de rotação constante.



Equações do movimento



$$S_p = (R_p + L_p) - S$$

S_p = deslocamento do pistão

$$S = R_p \cos \theta + L_p \cos \phi$$

R_p = braço do virabrequim = curso total/2

$$R_p \sin \theta = L_p \sin \phi$$

L_p = distância entre centros da biela

$$\sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1$$

Equações do movimento

□ Modelo completo do movimento do pistão

$$\begin{aligned}
 S_p &= R_p \left[1 + \frac{L_p}{R_p} \cos \theta - \sqrt{\left(\frac{L_p}{R_p}\right)^2 - \sin^2 \theta} \right] & V_p &= \frac{dS_p}{dt} = \omega R_p \left\{ \sin \theta + \frac{\sin(2\theta)}{2\sqrt{\left(\frac{L_p}{R_p}\right)^2 - \sin^2 \theta}} \right\} \\
 a_p &= \frac{d^2 S_p}{dt^2} = \omega^2 R_p \left\{ \cos \theta + \frac{1}{2} \frac{2 \cos(2\theta) \sqrt{\left(\frac{L_p}{R_p}\right)^2 - \sin^2 \theta} - \frac{\sin^2(2\theta)}{2\sqrt{\left(\frac{L_p}{R_p}\right)^2 - \sin^2 \theta}}}{\left[\left(\frac{L_p}{R_p}\right)^2 - \sin^2 \theta\right]} \right\}
 \end{aligned}$$

Equações do movimento

□ Dedução das equações

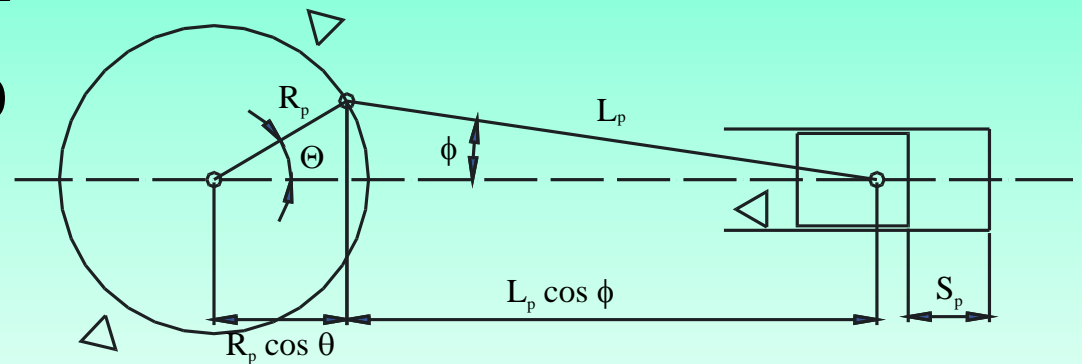
- A expressão do deslocamento do pistão é desenvolvida;
- A derivada primeira é desenvolvida para calcular a velocidade do pistão;
- A derivada segunda é desenvolvida a partir da primeira para calcular a aceleração do pistão;
- Outras informações geométricas necessárias são deduzidas, como por exemplo, o ângulo φ do movimento pendular da biela.

Equações do movimento

□ Modelo para o movimento oscilatório da biela

$$\cos \phi = \sqrt{1 - \left(\frac{R_p}{L_p}\right)^2 \sin^2 \theta}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \omega \left(\frac{R_p}{L_p}\right)^2 \frac{\sin 2\theta}{\sin 2\phi}$$



$$\frac{d^2 \phi}{dt^2} = \left(\frac{R_p}{L_p}\right)^2 \left\{ 2\omega^2 \left[\frac{\cos 2\theta}{\sin 2\phi} - \frac{\sin^2 2\theta \cos 2\phi}{\sin^3 2\phi} \left(\frac{R_p}{L_p}\right)^2 \right] + a_p \frac{\sin 2\theta}{\sin 2\phi} \right\}$$

Equações do movimento

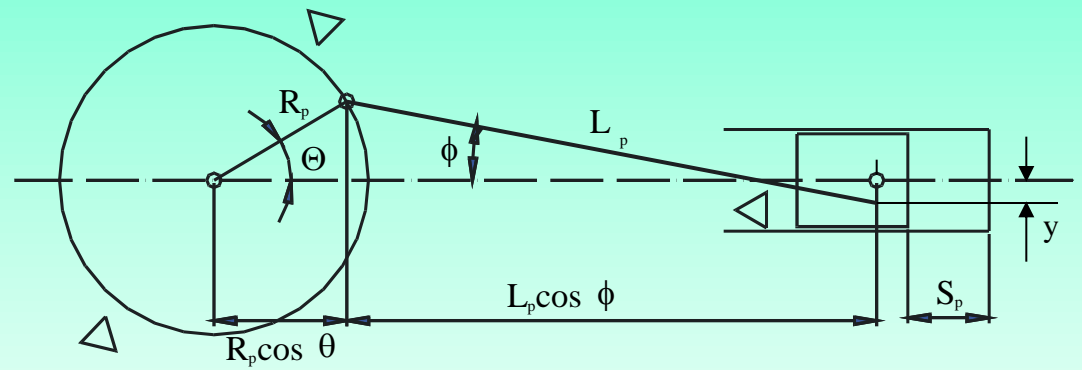
- Modelo com descentragem do pino do pistão

$$S_p = \sqrt{(R_p + L_p)^2 - y^2} - S$$

$$S = R_p \cos \theta + L_p \cos \phi$$

$$R_p \sin \theta = L_p \sin \phi - y$$

$$\sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1$$



S_p = deslocamento do pistão

R_p = braço do virabrequim = curso total/2

L_p = distância entre centros da biela

y = deslocamento lateral do pino do pistão

Equações do movimento

- Modelo com descentragem do pino do pistão

$$S = R_p \left[\cos \theta + \frac{L_p}{R_p} \sqrt{1 - \left(\frac{R_p}{L_p} \sin \theta + \frac{y}{L_p} \right)^2} \right] \quad V_p = \frac{dS_p}{dt} = -\omega R_p \left\{ \begin{array}{l} \cos \theta \left(\frac{R_p}{L_p} \sin \theta + \frac{y}{L_p} \right) \\ \sin \theta + \frac{\left(\frac{R_p}{L_p} \sin \theta + \frac{y}{L_p} \right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{R_p}{L_p} \sin \theta + \frac{y}{L_p} \right)^2}} \end{array} \right\}$$

$$a_p = \frac{d^2 S_p}{dt^2} = -\omega^2 R_p \left\{ \begin{array}{l} \cos \theta + \frac{\frac{R_p}{L_p} \cos^2 \theta \left(\frac{R_p}{L_p} \sin \theta + \frac{y}{L_p} \right)}{\left[1 - \left(\frac{R_p}{L_p} \sin \theta + \frac{y}{L_p} \right)^2 \right]^{2/3}} + \frac{\frac{R_p}{L_p} \cos^2 \theta - \sin \theta \left(\frac{R_p}{L_p} \sin \theta + \frac{y}{L_p} \right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{R_p}{L_p} \sin \theta + \frac{y}{L_p} \right)^2}} \end{array} \right\}$$

$$-\omega^2 R_p \left[\begin{array}{l} \cos \theta \left(\frac{R_p}{L_p} \sin \theta + \frac{y}{L_p} \right) \\ \sin \theta + \frac{\left(\frac{R_p}{L_p} \sin \theta + \frac{y}{L_p} \right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{R_p}{L_p} \sin \theta + \frac{y}{L_p} \right)^2}} \end{array} \right]$$

Equações do movimento

□ Modelo simplificado

- Para uma análise mais fácil da aceleração e conseqüentemente das forças desenvolvidas pelo movimento das partes móveis, as equações são simplificadas através da expansão através de uma série Binomial:

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \dots$$

$$S_p = R_b \left[1 + \frac{L_b}{R_b} - \cos \theta - \sqrt{\left(\frac{L_b}{R_b}\right)^2 - \sin^2 \theta} \right] = R_b \left[1 - \cos \theta + \frac{L_b}{R_b} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_b}{L_b}\right)^2 \sin^2 \theta} \right) \right]$$

$$x = -\left(\frac{R_b}{L_b}\right)^2 \sin^2 \theta \quad \therefore \quad S_p = R_b \left(1 - \cos \theta + \frac{1}{2} \frac{R_b}{L_b} \sin^2 \theta \right) \quad V_p = \omega R_b \left(\sin \theta + \frac{1}{2} \frac{R_b}{L_b} \sin 2\theta \right)$$

$$a_p = \omega^2 R_b \left(\cos \theta + \frac{R_b}{L_b} \cos 2\theta \right)$$

Equações do movimento

□ Parâmetros importantes

- Razão da biela $\psi = \frac{R_p}{L_p}$ (biela infinita $\psi = 0$)
- Curso $S_t = 2R_p$
- Volume deslocado $V_d = \frac{\pi}{4} D_p^2 S_t$
- Volume total no cilindro $V_\theta = V_{cc} + \frac{\pi}{4} D_p^2 S_p$
(V_{cc} = volume da câmara de combustão = vol. morto)

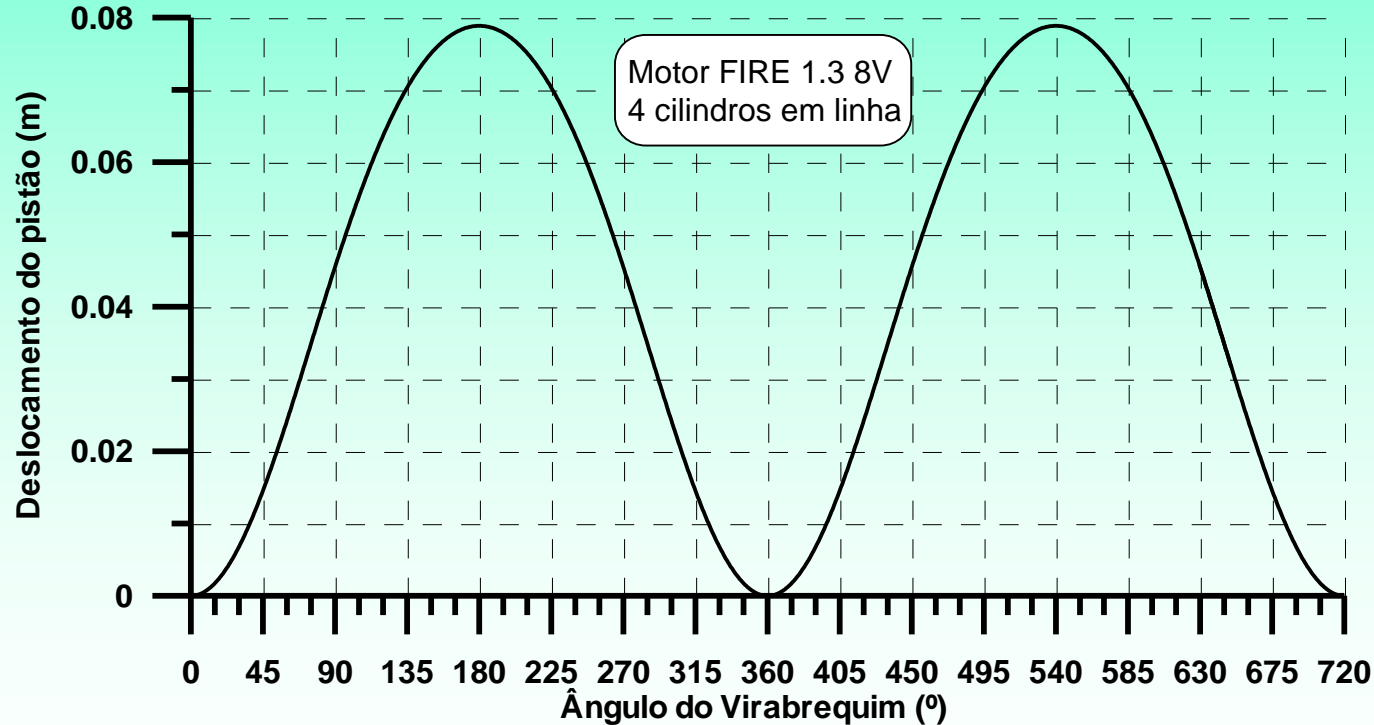
Equações do movimento

□ Parâmetros importantes

- Razão curso / diâmetro do pistão $\xi = \frac{2R_p}{D_p}$
- Velocidade média do pistão $\bar{V}_p = 2S_t \frac{N}{60}$
- Razão geométrica de compressão $r_c = \frac{V_{180^\circ}}{V_{cc}}$

Equações do movimento

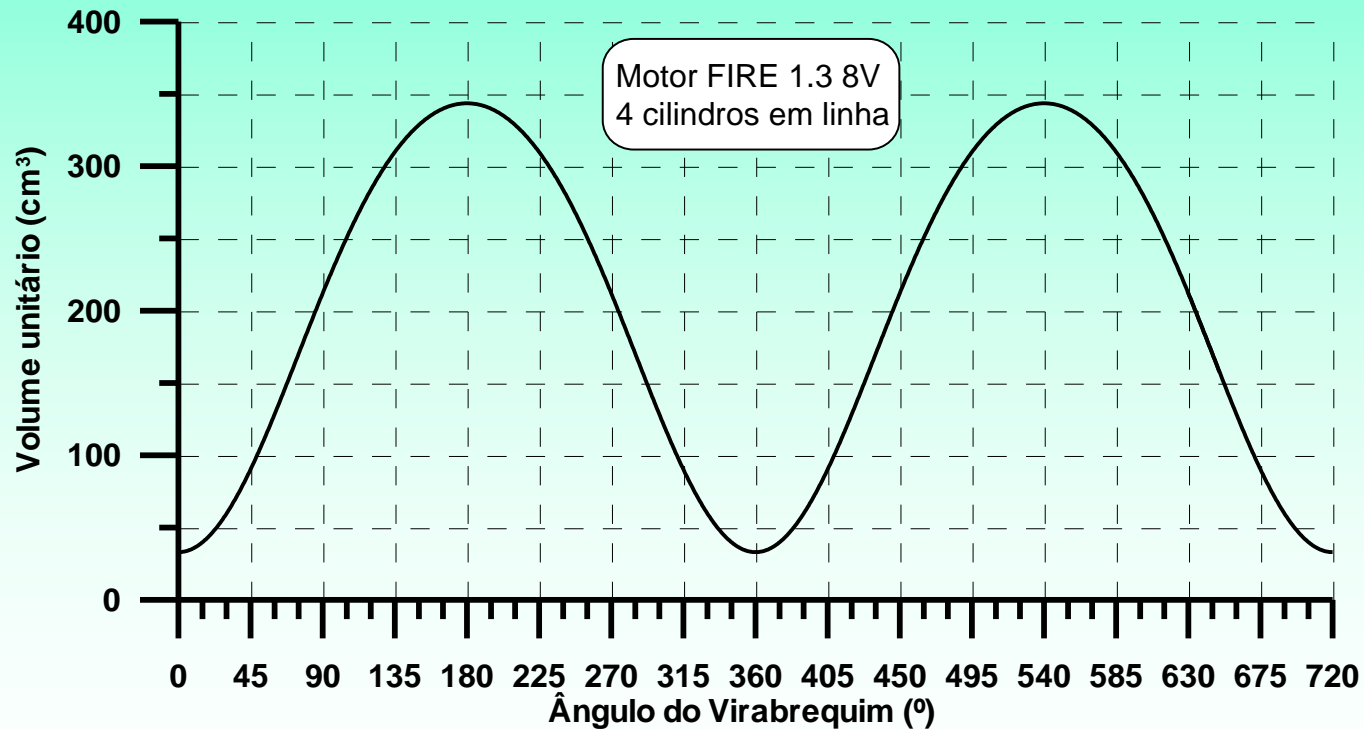
□ Curvas típicas



Obs: Referência de zero graus no PMS admissão

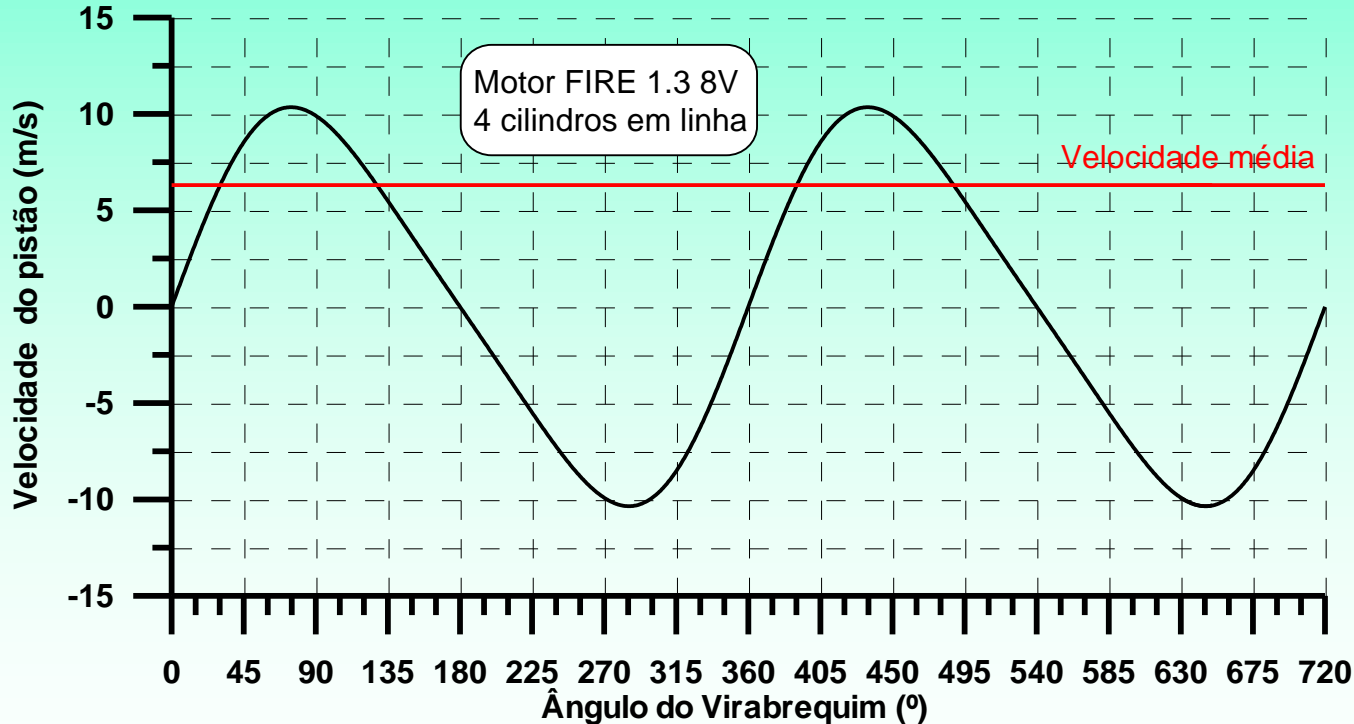
Equações do movimento

□ Curvas típicas



Equações do movimento

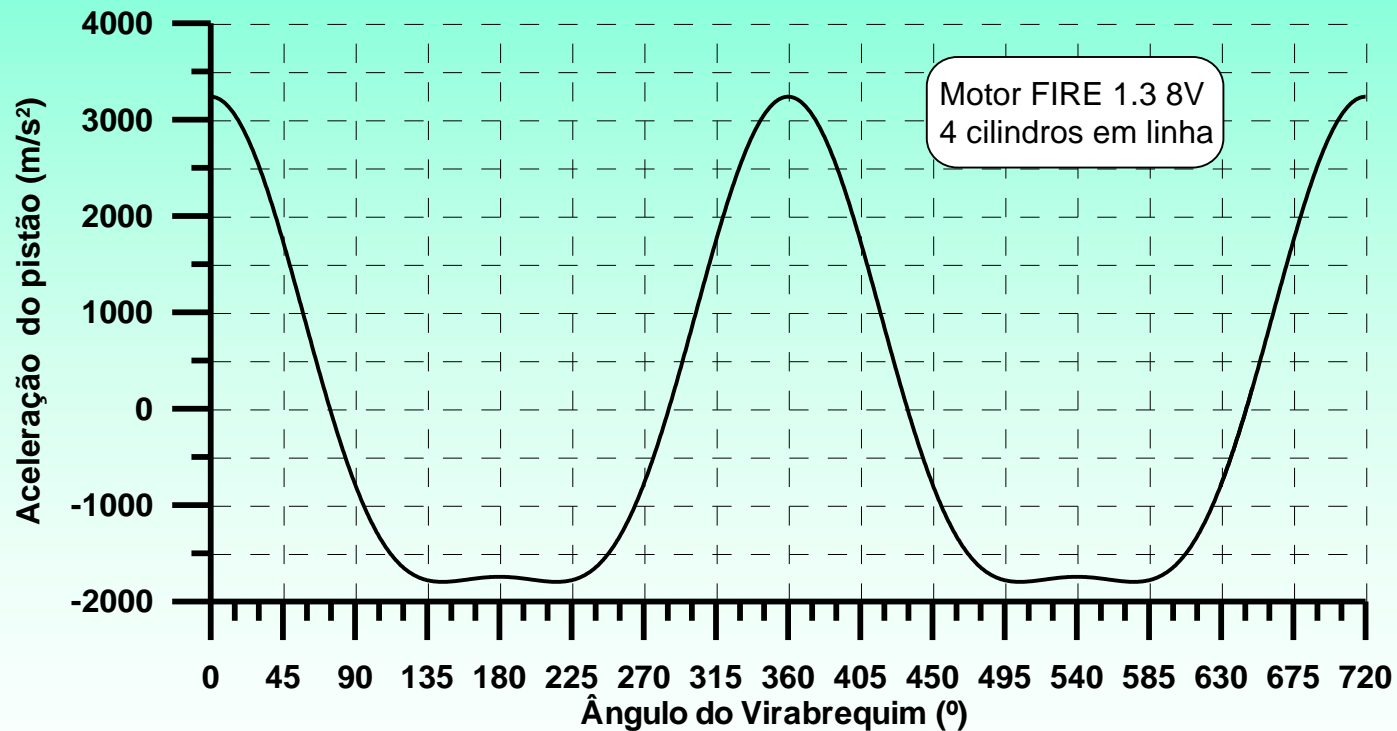
□ Curvas típicas (2400 rpm)



Obs: A velocidade média do pistão varia de 6 a 18 m/s para motores 2 tempos e de 8 a 15 m/s para motores 4 tempos. Motores mais avançados trabalham de 18 a 25 m/s.

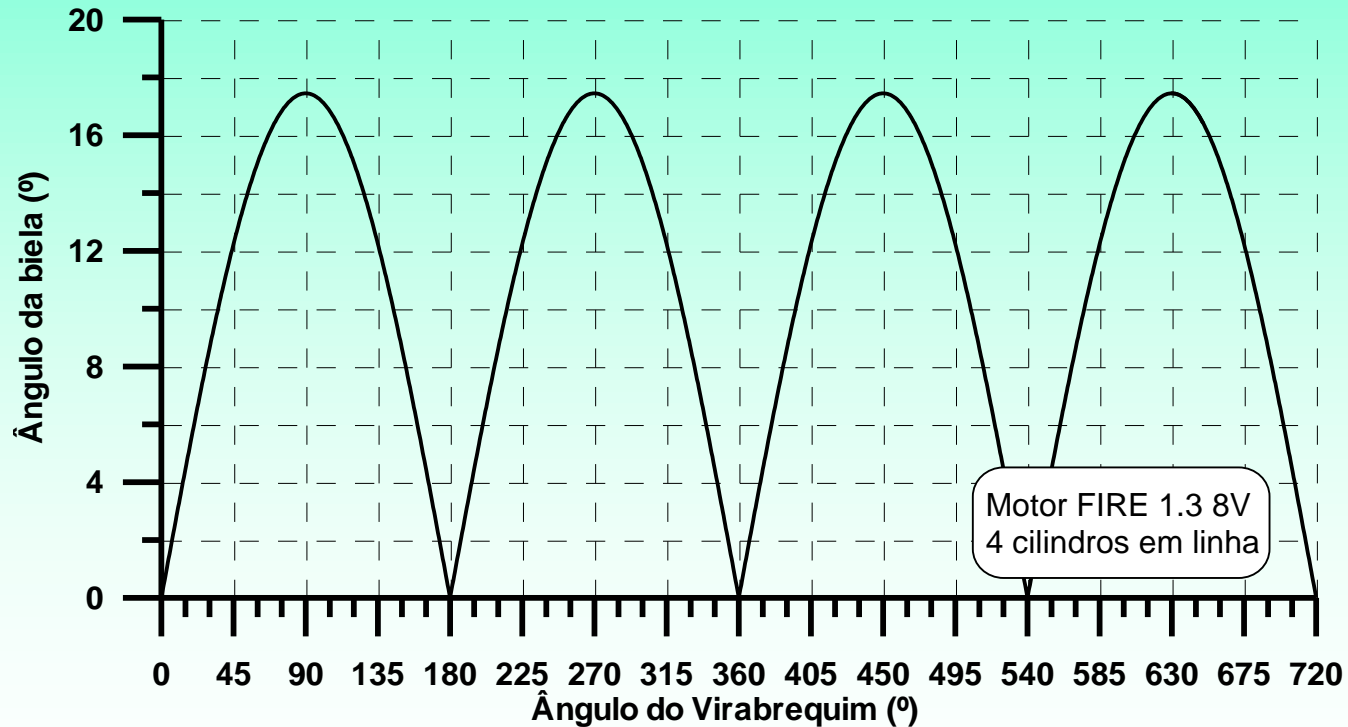
Equações do movimento

□ Curvas típicas (2400 rpm)



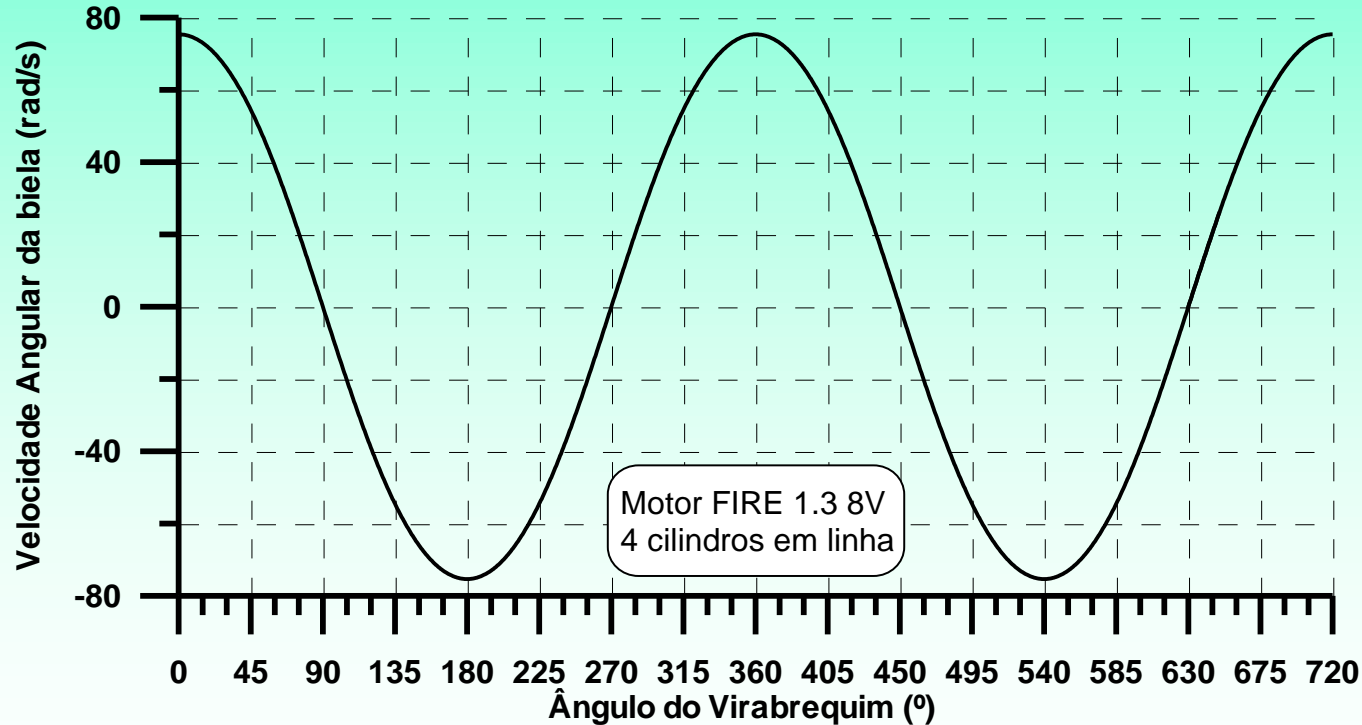
Equações do movimento

□ Curvas típicas



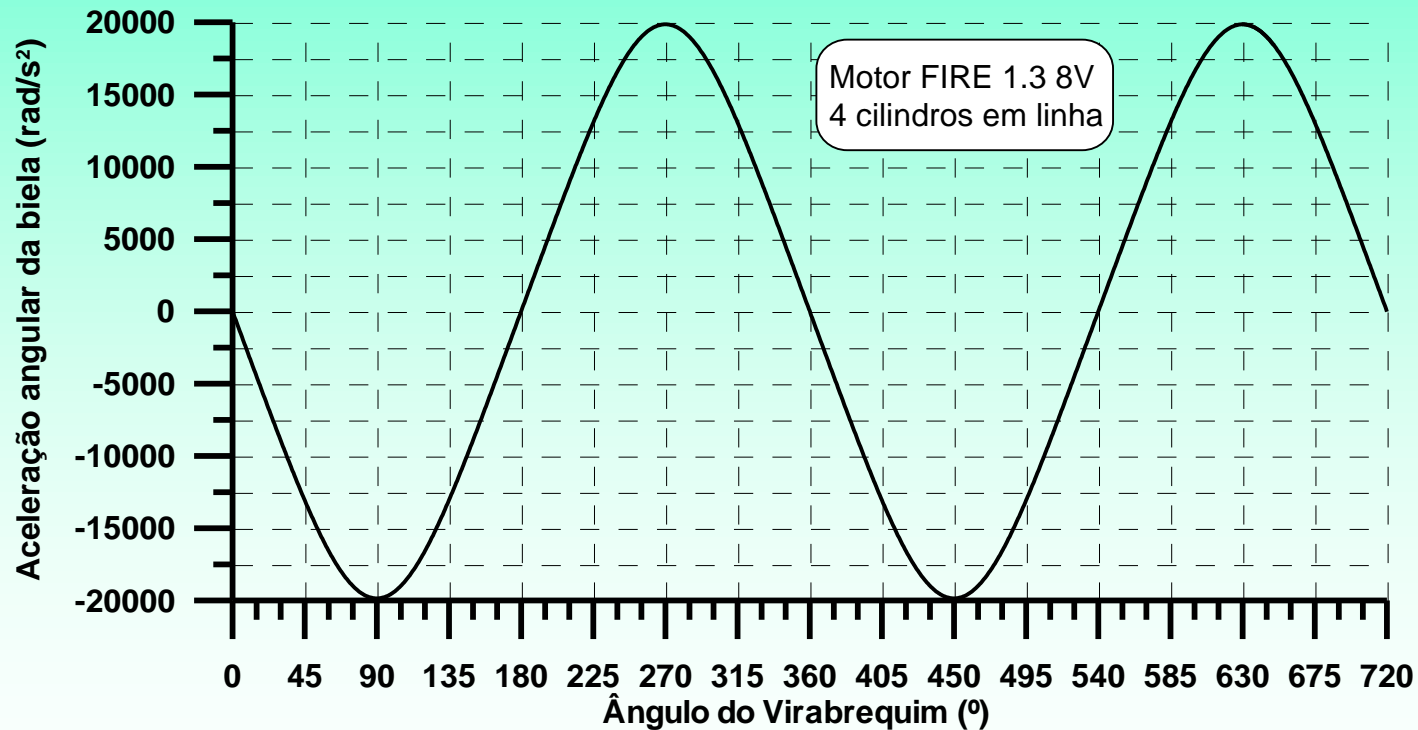
Equações do movimento

□ Curvas típicas (2400 rpm)



Equações do movimento

□ Curvas típicas (2400 rpm)



Bibliografia



- Barros, J. E. M. “Estudo de Motores de Combustão Interna Aplicando Análise Orientada a Objetos”. Belo Horizonte: Tese de Doutorado, Engenharia Mecânica, UFMG, 2003.
- Basshuysen, R. e Schäfer, F. “Internal Combustion Engine Handbook”. Warrendale: SAE International, 2004.
- Bosch. “Automotive Handbook Bosch”. Warrendale: SAE International, 2^a ed., 1985.
- Giacosa, D. “Motori Endotermici”. Milano: Hoepli, 15 ed., 2000
- Taylor, C. F. “ Análise dos Motores de Combustão Interna”. São Paulo: Ed. Edgard Blücher, vol. 2, 1988.